السنة الدراسية 2006-2007	المادة : الرياضيات	ثانوية ابي العباس السبتي
مدة الانجاز : 3 ساعات	الامتحان التجريبي	المستوى: الثانية بكالوريا
	دورة ابريل	الشعبة: العلوم التجريبية

يسمح باستعمال الالة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين 1 (3 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد وممنظم الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2+2y-1=0$
و المستوى (P) الذي معادلته $x+y-1=0$.

1) بين أن شعاع الفلكة (S) هو $\sqrt{2}$ وان مركزها هو $\Omega(0,-1,0)$. (0.5)

2) بين أن المستوى (P) مماس للفلكة (S) (1)

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) العمودي على (P) و المار من $\Omega(0,-1,0)$ (0.5)

ب- استنتج مثلوت إحداثيات نقطة تماس (P) و (S) . (1)

التمرين 2 (3.5 نقطة)

يحتوي صندوق A على 5 كرات مرقمة 0-0 -1-1-1 ويحتوي صندوق B على 5 كرات مرقمة 0-1-1-2-2.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد كرة من الصندوق A و كرتين من الصندوق B (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نعتبر الحدثين :

E :" مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة هو 3 "

F : " جداء أرقام الكرات الثلاث المسحوبة هو 0 "

1) بين أن عدد السحبات الممكن إجراءها هو 50. (0.5)

2) أ- بين ان: $P(E)=\frac{17}{50}$ و $P(E\cap F)=\frac{7}{25}$ (0.5)

ب-استنتج $P_E(F)$ (0.5)

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة .

أ- حدد قانون احتمال X . (1.5)

ب- احسب الأمل الرياضي للمتغير X . (0.5)

التمرين 3 (3.5 نقطة)

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) الآتية: $z^2-iz-1=0$

1) حل المعادلة (E) . (1)

2) ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) حيث $(\operatorname{Re}(z_2)<0)$

أ- اكتب z_1 و z_2 على الشكل المثلثي . (1)

ب- بين أن $z_1^{12}+z_2^{12}=2$ (0.5)

3) المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم.

نعتبر النقط A و B و C و S التي ألحاقها على التوالي $\frac{1}{2}i+\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $\frac{1}{2}i-\frac{\sqrt{3}}{2}$ و $-i$ و s .حيث $s\in\mathbb{C}$

أ- بين أن ABC مثلث متساوي الأضلاع . (0.5)

ب – حدد العدد العقدي s الذي من اجله يكون الرباعي ACBS معين. (0.5)

مسألة (10 نقط)

الجزء الأول

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بمايلي: $g(x)=1+x+(x-1)\ln(1+x)$

1) بين أن $g'(x)=\dfrac{2x}{x+1}+\ln(1+x)$ لكل x من $[0,+\infty[$. (0.5)

2) أ- ادرس منحى تغيرات الدالة g. (0.5)

ب- استنتج أن $g(x)\geq 0$ لكل x من المجال $[0,+\infty[$. (0.5)

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي : $\begin{cases} f(x)=(x+1)\ln(1+x)-\ln^2(1+x) & x\geq 0 \\ f(x)=\dfrac{e^x}{x-1}+1 & x<0 \end{cases}$

وليكن (C) منحنى الدالة في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم .

1) ا- تحقق أن: $f(x)=(x+1)\ln(x+1)\left[1-\dfrac{\ln(x+1)}{1+x}\right]$ لكل x من $[0,+\infty[$. (0.5)

ب- ادرس اشتقاق f على اليمين في 0. (0.5)

ج- تحقق أن: $\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{1}{x-1}\left(\dfrac{e^x-1}{x}+1\right)$ لكل x من المجال $]-\infty,0[$. (0.5)

د- ادرس اشتقاق f عند 0 على اليسار. (0.5)

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$. (0.5)

ب- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C) . (1)

3) أ- بين أن لكل x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x+1}$ (0.5)

ب- بين أن لكل x من $]-\infty,0[$: $f'(x)=\dfrac{(x-2)e^x}{(x-1)^2}$ (0.5)

ج- ضع جدول تغيرات الدالة f (0.5)

4) أنشئ (C) (1.5) (نقبل أن المستقيم ذو المعادلة $y=x$ يقطع المنحنى (C) في نقطتين فقط أفصولهما 0 و$(e-1)$ ونقبل أن (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 0 و0.5)

الجزء الثالث

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بمايلي $u_0=\sqrt{e}-1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن $0<u_n<e-1$ لكل n من $\mathbb{N}$. (0.5)

2) بين بالترجع أن $u_{n+1}<u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$. (0.5) (استعمل تغيرات الدالة في السؤالين 1) و2)

نأخذ $e=2.71$ و $\sqrt{e}=1.64$).

3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها. (1)