

المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر و البحث العلمي أكاديمية مراكش نيابة مراكش ثانوية القاضي عياض التأهيلية	الامتحان التجريبي للامتحان الوطني دورة 2007	الشعبة : العلوم التجريبية المستوى : السنة الثانية المادة : الرياضيات مدة الانجاز : 3 ساعات المعامل : 7	1 2
---	--	--	--------

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير القابلة للبرمجة

التمرين الأول (2,5 نقطة)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ الفلكة (S) التي معادلتها :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$

(1) بين أن النقطة $\Omega(1; -2; 0)$ هي مركز الفلكة (S) وأن شعاعها هو 3

0.5

(2) أ - تحقق أن النقطة $A(-1; 0; 1)$ تنتمي إلى الفلكة (S) .

0.25

ب - بين أن $2x - 2y - z + 3 = 0$ هي معادلة ديكرتية للمستوى (P) المماس للفلكة (S) عند النقطة A .

0.5

(3) ليكن (Q) المستوى ذا المعادلة $x + 2y - 2z + 3 = 0$

أ - بين أن $(P) \perp (Q)$.

0.5

ب - بين أن $\Omega \in (Q)$ ثم حدد تقاطع (Q) و (S) .

0.75

التمرين الثاني (3 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} u_0 = -1 \\ (\forall n \in \mathbb{N}) \quad u_{n+1} = \frac{n}{3(n+1)} u_n + \frac{2n+5}{n+1} \end{cases}$$

(1) احسب u_1 و u_2

0.5

(2) لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة بمايلي :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad v_n = nu_n - 3(n+1)$$

أ - بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$

1

ب - حدد v_n بدلالة n

0.5

(3) أ - بين أن :

$$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad u_n = 3 \left(1 + \frac{1}{n} \right) - \frac{3}{n} \left(\frac{1}{3} \right)^n$$

0.5

ب - احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

0.5

التمرين الثالث (3 نقط)

نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة :

$$(E) \quad z^2 + (1-i)z + 2 - 2i = 0$$

(1) أ - بين أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = (1+3i)^2$

0.25

ب - حل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E) .

1

ج - اكتب حلي المعادلة (E) على الشكل المثلثي.

0.5

(2) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{u}, \vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي a و b و c و d حيث $a = -1 - i$ و $b = 2i$ و $c = -4$ و d عدد عقدي

أ - بين أن :

$$\frac{c-a}{b-a} = i$$

0.25

ب - استنتج طبيعة المثلث ABC .

0.5

ج - حدد قيمة العدد العقدي d لكي يكون الرباعي $ABDC$ مربعا.

0.5

التمرين الرابع (2 نقطتان)

يحتوي صندوق على إحدى عشرة كرة : كرتان بيضاوان تحملان الرقمين 3 ، 3 و ثلاث كرات سوداء تحمل

الأرقام 1 ، 1 ، 1 وست كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 2

(لا يمكن التمييز بين الكرات باللون)

نسحب عشوائيا وفي ان واحد ثلاث كرات من الصندوق .

احسب احتمال كل من الأحداث التالية :

- A : « الكرات الثلاث المسحوبة من نفس اللون » 0,5
B : « الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم » 0,5
C : « مجموع أرقام الكرات الثلاث المسحوبة يساوي 5 » 1

مسألة (9,5 نقطة)

الجزء الأول نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = \frac{x}{x+1} + \ln(x+1) - \ln x$$

(1) بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ و احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ 0,5

(2) أ - بين أن : $g'(x) = \frac{-1}{x(x+1)^2}$ $(\forall x \in]0; +\infty[)$ 0,5

ب - أعط جدول تغيرات الدالة g . 0,5

ج - استنتج أن : $g(x) > 1$ $(\forall x \in]0; +\infty[)$ 0,5

الجزء الثاني لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = -2 + (x+2)e^{-x} & ; x \leq 0 \\ f(x) = x(\ln(x+1) - \ln x) & ; x > 0 \end{cases}$$

($\mathcal{C}_f$) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (وحدة القياس 2cm)

(1) أ - بين أن الدالة f متصلة في النقطة 0 0,5

ب - ادرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة 0 على اليمين ثم أول النتيجة هندسيا . 0,5

ج - بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x} = -1$ ثم أول النتيجة هندسيا . 0,5

(2) أ - بين أن : $f(x) = \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{x}}$ $(\forall x \in]0; +\infty[)$ 0,5

ب - استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا . 0,5

(3) أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 0,5

ب - ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى ($\mathcal{C}_f$) بجوار $-\infty$ 0,5

(4) أ - بين أن : $f'(x) = g(x) - 1$ $(\forall x \in]0; +\infty[)$ 0,25

ب - بين أن إشارة $f'(x)$ على $] -\infty; 0[$ هي إشارة $-x - 1$ 0,5

ج - أعط جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$ 0,5

(5) أ - بين أن المعادلة $f(x) = 0$ $(x \in [-2; -1])$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[-2; -1]$ 0,5

ب - ارسم ($\mathcal{C}_f$) 1

(6) لتكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty; -1]$ 0,5

أ - بين أن h تقابل من $]-\infty; -1]$ نحو مجال J يجب تحديده . 0,5

ب - ارسم ($\mathcal{C}_h$) في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ بلون مغاير . 0,5

ج - بين أن : $(h^{-1})'(0) = -\frac{e''}{\alpha+1}$ 0,25

أرسل من لوقي: زهير مبراهيم