الثانوية التاهيلية الخوارزمي — الامتحان التجريبي الموحد — الشعبة : العلوم التجريبية

نيابة مراكش المنارة — 2006-2007 — المستوى : الثانية بكالوريا

المادة : الرياضيات — 1/2 — المدة : 3 ساعات

التمرين الاول : (3 نقط)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(-2,0,0), B(3,2,-4), C(1,2,-2), \Omega(2,0,-1)$.

0,5 — 1- أ. حدد احداثيات المتجهة $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.

0,5 — ب. اكتب معادلة ديكارتية للمستوى (P) المار من النقط A , B و C .

2- نعتبر الفلكة (S) التي مركزها Ω و (P) مماس لها .

1 — أ. بين ان معادلة (S) هي $x^2+y^2+z^2-4x+2z+1=0$.

0,5 — ب. حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (P)

0,5 — ج. استنتج احداثيات نقطة تماس (S) و (P) .

التمرين الثاني : (3,5نقطة)

في المجموعة C نعتبر المعادلة : $(E) \quad z^2-(6-i)z+11-3i=0$

1 — 1- حل في المجموعة C المعادلة (E) .

2- ليكن z_1 و z_2 حلي المعادلة (E) بحيث $Im(z_1)>0$.

1 — أ- اكتب على الشكل المثلثي العددان z_1+2i و z_2-1 .

0,5 — ب- بين ان $(z_1+2i)^4+(z_2-1)^4=-388$

3- في المستوى العقدي المنسوب الى معلم متعامد ممنظم مباشر نعتبر النقط A , B , C التي ألحقها على التوالي $-2i$ ، z_1 ، z_2 .

0,5 — أ- حدد بتردد 2π قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})$ ثم قياسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})$.

0,5 — ب- استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الثالث: (3 نقط)

صندوقان متشابهان U_1 و U_2 ، يحتوي الصندوق U_1 على اربع كرات لونها ابيض و ثلاث كرات لونها اسود ، كما يحتوي الصندوق U_2 على ثلاث كرات لونها ابيض وكرتين لونهما اسود ، جميع الكرات لايمكن التمييز بينها باللمس .

A/ نسحب عشوائيا وتآنيا كرتين من الصندوق U_1 نسجل لونيهما ونضعهما في الصندوق U_2 ثم نسحب عشوائيا وتآنيا كرتين من الصندوق U_2 ونسجل لونيهما .

0,75 — 1- بين ان احتمال الحصول على اربع كرات لونها أبيض هو $\frac{20}{147}$.

0,75 — 2- ما هو احتمال الحصول على اربع كرات من نفس اللون؟

B / نختار عشوائيا احد الصندوقين ونسحب منه بالتتابع وبدون احلال كرتين .

0,75 — 1- ما هو احتمال الحصول على كرتين لونهما ابيض؟

0,75 — 2- ما هو احتمال الحصول على كرتين مختلفي اللون؟

التمرين الرابع : (2,5 نقط)

نعتبر المتتاليتين (U_n) و (V_n) المعرفتين كالتالي : $\begin{cases} U_0 = e \\ U_n = e\sqrt{U_{n-1}}, n \in N^* \end{cases}$ و $(\forall n \in N): V_n = \ln(U_n) - 2$

1 — 1\ أ- بين ان المتتالية $(V_n)_N$ هندسية اساسها ½ .

1 — ب- احسب U_n بدلالة n .

0,5 — 2\ ماهي نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الخامس : (8 نقط)

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=(1+\frac{1}{x})e^{-\frac{1}{x}}$

0,5 \1 احسب $\lim_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim_{x\to +\infty} g(x)$.

0,5 \2 أ- بين ان لكل x من $]0,+\infty[$: $g'(x)=\frac{1}{x^3}e^{-\frac{1}{x}}$.

0,5 ب- ضع جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج ان $(\forall x>0): 0<g(x)<1$

II- لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} f(x)=x\ln(-x) & ,x<0 \\ f(x)=x(2-e^{-\frac{1}{x}}) & ,x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

0,5 \1 بين ان f متصلة في 0 .

1 \2 ادرس قابلية اشتقاق f على يمين وعلى يسار 0 ثم اعط التاويلين الهندسيين .

1 \3 بين أن

$$\begin{cases} (\forall x>0): f'(x)=2-g(x) \\ (\forall x<0): f'(x)=\ln(-x)+1 \end{cases}$$

1 \4 ادرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها .

0,5 \5 ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم م م $(o,\vec{i},\vec{j})$.

بين ان للمنحنى (C) مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=x+1$ بجوار $+\infty$.

\6 نضع $(\forall x>0): h(x)=f(x)-(x+1)$

0,5 أ- بين أن $(\forall x>0): h'(x)=1-g(x)$

0,5 ب- ضع جدول تغيرات الدالة h ثم استنتج وضع المنحنى (C) بالنسبة للمقارب المائل (Δ) لكل $x>0$.

0,5 \7 بين ان (Δ) مماس للمنحنى (C) عند نقطة I افصولها سالب يجب تحديده .

1 \8 ارسم المنحنى (C) .

Pour Mohamed Raqta

Amicalement : HARAKI NAJIB