

| | | |
|---|--|-------------------------------------|
| الشاعة مسلك علوم الحياه والأرض مسلك العلوم الفيزيائية | امتحان تجريبي السنة الثانية بالآلوربا | الآانوية الآاهلية ابن مآاد مراكش |
| $\frac{1}{2}$ | مآة الانآاز 3 ساعآة | السنة الالراسية 2008-2009 |

آمربن 1 (3 نآة)

آعآبر الآآامل $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ آهآ $n \in \mathbb{N}^*$.

- آآسب I_1 بالآآعمال مآاملة بالآآراء $\{0.5\}$
- آبن أن $\forall x \in \mathbb{N}^* \quad I_{n+1} = e - (n+1)I_n$ بالآآعمال مآاملة بالآآراء $\{1\}$
- آآسب I_2 و I_3 $\{0.25+0.25\}$
- اسآآآع $\int_0^1 (x^3 + 2x^2 - 2x)e^x dx$. $\{1\}$

آمربن 2 (5 نآة)

آضع : $\forall z \in \mathbb{C} \quad f(z) = z^3 - 2(1+i)z^2 + 2(1+2i)z - 4i$

- آآسب $f(2i)$ $\{0.5\}$
- أ- آل فآى \mathbb{C} المآآالة : $z^2 - 2z + 2 = 0$ $\{0.5\}$
ب- آآآق من أن : $f(z) = (z-2i)(z^2 - 2z + 2)$ $\forall z \in \mathbb{C}$ $\{0.5\}$
آ- اسآآآع فآى \mathbb{C} آلول المآآالة $f(z) = 0$ $\{0.5\}$
آ- آآآب على الشآل المآآآى آلول المآآالة $f(z) = 0$ $z \in \mathbb{C}$ $\{0.5\}$
- فآى المسآوى العآآى المنسوب إلى معلوم مآآام مآآآر مباشر (o, \vec{u}, \vec{v}) . آعآبر النآآآبن $A(a)$ و $B(b)$

آهآ $a = 1+i$ و $b = 2i$ و لآكن R الالوران الال مآآآه A و زاوآآه $-\frac{\pi}{2}$

- آآآق من أن : $|z-1-i| = \sqrt{2}|(1+i)z-2i|$ $\forall z \in \mathbb{C}$ $\{0.5\}$
- ب- اسآآآع مآآآة النآآ $M(z)$ بآهآ : $|z-1-i| = \sqrt{2}|(1+i)z-2i|$ $\{0.5\}$
- آ- لآكن $M(z)$ نآآة من المسآوى العآآى $M'(z')$ صورآها بالالوران R .
آبن أن : $z' = -iz + 2i$ $\{1\}$
- آ- لآكن B' صورآ B بالالوران R آآآ طآهآة المآآآ ABB' $\{0.5\}$

تمرين 3 ﴿ 4 نقط ﴾

لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} u_0 = 1, \dots, u_1 = 2 \\ u_{n+2} = u_{n+1} + 6u_n, n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1. احسب u_2 و u_3 ﴿ 0.5 × 2 ﴾
2. نعتبر $(v_n)_{n \geq 1}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N}^* : v_n = u_n + 2u_{n-1}$
 - أ- بين أن $(v_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية محددا أساسا و حدا الأول. ﴿ 0.75 ﴾
 - ب- حدد v_n بدلالة n ﴿ 0.5 ﴾
3. نعتبر $(w_n)_{n \geq 1}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N}^* : w_n = u_n - 3u_{n-1}$
 - أ- بين أن $(w_n)_{n \geq 1}$ متتالية هندسية أساسا (-2) محددا حدا الأول. ﴿ 0.75 ﴾
 - ب- حدد w_n بدلالة n ﴿ 0.5 ﴾
 - ج- استنتج u_n بدلالة n ﴿ 0.5 ﴾
4. حدد $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$ ﴿ 0.5 ﴾

تمرين 4 ﴿ 8 نقط ﴾

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = (x+1)^2 + 2 - 2 \ln(x+1)$

1. احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ﴿ 0.25 × 2 ﴾
2. أ- احسب $g'(x)$ ثم أعط جدول تغيراته الحالة g ﴿ 0.75 + 0.25 ﴾
- ب- استنتج أن : $\forall x \in]-1, +\infty[: g(x) \geq 0$ ﴿ 0.5 ﴾

الجزء الثاني

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-1, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = x + \frac{2 \ln(x+1)}{x+1}$

1. أ- احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ﴿ 0.25 + 0.25 ﴾
- ب- ﴿ 0.5 + 0.5 ﴾ بين أن : $\forall x \in]-1, +\infty[: f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$ وأعط جدول تغيراته الحالة f .
2. أ- بين أن المستقيم $(\Delta) : y = x$ مقاربه مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ ﴿ 0.5 ﴾
- ب- حدد الوضع النسبي ل (C_f) و (Δ) ﴿ 0.5 ﴾
- ج- أعط معادلة المماس في النقطة التي أنصولها $x_0 = 0$ ﴿ 0.5 ﴾
3. أنشئ (C_f) و (Δ) في معلم متعامد منظم (o, \vec{i}, \vec{j}) . ﴿ 1.5 ﴾
4. أ- حدد دالة أصلية للدالة h على المجال $]-1, +\infty[$ حيث $h(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$ ﴿ 0.5 ﴾
- ب- احسب مساحة العيز المحصور بين (C_f) والمستقيمات المعرفة بالمعادلات التالية $x=0$ و $x=e-1$ و $y=x$ ﴿ 1 ﴾

Anouar Jida.
Bachir Taoufik gasser
أحمد تليوي