المستوى: ثانية علوم تجريبية مدة الإنجاز :3ساعات السنة الدراسية : 07 - 08	الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات	مؤسسة البشير للتعليم المدرسي الخصوصي

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين الأول (3ن)

نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E)\ \ y''-4y'+13y=0$

1 – حل المعادلة التفاضلية (E) $(0,75)$

2 – أ- حدد الحل f للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق $f(0)=0$ و $f'(0)=3$ (1)

ب- استنتج أن $\int_0^{\pi} e^{2x}\sin(3x)dx=\frac{3}{13}(1+e^{2\pi})$ $(0,75)$

ج-استنتج باستعمال مكاملة بالأجزاء قيمة التكامل $I=\int_0^{\pi} e^{2x}\cos(3x)dx$ $(0,5)$

التمرين الثاني (7ن)

لكل z من $\mathbb{C}-\{1\}$ نضع : $f(z)=\frac{z-2}{z-1}$

1 – أ-حل في $\mathbb{C}$ المعادلة: $f(z)=z\ \ \ (E):$ $(0,75)$

ب- حدد حلول المعادلة (E) على شكل مثلثي $(0,5)$

2 – المستوى العقدي منسوب إلى م.م.م.م $(O;\vec{u},\vec{v})$

أ ليكن z من $\mathbb{C}-\{1\}$ نضع : $z=x+iy$ مع $x\in\mathbb{R}$ و $y\in\mathbb{R}$

بين أن $\text{Re}(f(z))=\frac{x^2+y^2-3x+2}{(x-1)^2+y^2}$ (1)

ب- حدد المجموعة (C) للنقط $M(z)$ بحيث يكون $f(z)$ تخيلي صرفا (1)

3 – في المستوى العقدي نعتبر النقط A و B و C و I التي ألحاقها على التوالي هي $z_A=1+i$ و $z_B=1-i$ و $z_C=2z_B$ و $z_I=3$

أ- بين أن النقط A و B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها I وشعاعها $\sqrt{5}$ $(0,75)$

ب- حدد على شكل مثلثي العقدي $\frac{z_A-z_I}{z_C-z_I}$ (1)

ج- استنتج طبيعة المثلث IAC $(0,75)$

4 – أ- ليكن z_E لحق النقطة E صورة O بالإزاحة ذات المتجهة $2\overrightarrow{IC}$ بين أن $z_E=-2-4i$ $(0,75)$

ب- D صورة E بالدوران الذي مركزه I وزاويته $\frac{-\pi}{3}$ بين أن $z_D=\frac{1-4\sqrt{3}}{2}+i\frac{5\sqrt{3}-4}{2}$ $(0,5)$

التمرين الثالث (10ن)

الجزء الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\begin{cases} f(x) = xe^{x}; x \prec 0 \\ f(x) = \ln(1+\sqrt{x}); x \geq 0 \end{cases}$

ليكن (C_f) منحناها في م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm$

1- بين أن f متصلة في 0 (0.25)

2- أ- ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 وأول هندسيا النتيجة (0.75)

ب-ادرس قابلية اشتقاق f على اليسار في 0 (0.25)

3- أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$ و لكل x من $]-\infty;0[$ (1,5)

ب- ضع جدول تغيرات f (0,75)

4- بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I أفصولها سالب (0,75)

5- أ أدرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) (0,75)

ب- أنشئ (C_f) (0,75) (نأخذ: $\frac{1}{e} \simeq 0,4$ و $e^{-2} \simeq 0,1$)

6- ليكن g قصور f على المجال $]0,+\infty[$

أ- بين أن g تقابل من $]0,+\infty[$ نحو مجال J يتم تحديده (0,5)

ب- أحسب $g^{-1}(x)$ بدلالة x لكل x من J (0,5)

7- نضع $I = \int_1^4 \ln(1+\sqrt{x})dx$ و $J = \int_1^4 \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}dx$

أ-لتكن h الدالة العددية المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي $h(x) = x - 2\sqrt{x} + 2\ln(1+\sqrt{x})$

تأكد أن $\forall x \succ 0; h'(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$ ثم أحسب التكامل J (0,75)

ب – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $I = \ln(\frac{81}{2}) - \frac{1}{2}J$ (0,5)

ج- استنتج ب cm^2 مساحة جزء المستوى المحصور بين (C_f) ومحور الأفاصيل والمستقيمان ذوي المعادلة على التوالي : $x = 1; x = 4$ (0,25)

الجزء الثاني

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} u_0 = -\frac{1}{2} \\ u_{n+1} = u_n e^{u_n}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$

أ- بين بالترجح أن $(\forall n \in \mathbb{N}); -1 \leq u_n \leq 0$ (0 , 5)

ب- بين أن (u_n) تزايدية (يمكنك استعمال البرهان بالترجح) (0.5)

ج- بين أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها (0,75)

مدهش وطيبة