

ثانوية الحسن الثاني

الاختبار التجريبي (أبريل 2008)

المادة الرياضيات	الشعبة ع.تج- ع.تك.ص	المعامل 7	المدة 3 ساعات
---------------------	------------------------	--------------	------------------

تمرين 1 (4 نقط)

المستوى العقدي منسوب لمعلم متعامد ممنظم $(O, \bar{u}, \bar{v})$

نعتبر النقط $A(1+i)$ و $B(-1+3i)$ و $C(-3+i)$

1- أنشئ الشكل (0.75)

2- بين أن المثلث ABC قائم الزاوية و متساوي الساقين (0.75)

3- حدد z_D لحق النقطة D بحيث ABCD مربع (0.75)

4- نعتبر النقطتين $E(1+5i)$ و I منتصف القطعة [BC]

أ- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_I - Z_A}{Z_D - Z_E}$ على الشكل الجبري (0.75)

ب- استنتج أن $DE = 2AI$ و أن $(AI) \perp (DE)$ (1)

تمرين 2 (4 نقط)

1- لكل عدد عقدي z نضع : $P(z) = z^3 - (2-i)z^2 + 2(1-i)z + 2i$

أ- تحقق أن $P(-i) = 0$ (0.25)

ب- حدد العددين الحقيقيين a و b بحيث : $P(z) = (z+i)(z^2 + az + b)$ (0.75)

ج- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$ (0.75)

2- نعتبر العددين العقديين : $Z_1 = -\sqrt{3} + i$ ، $Z_2 = -\sqrt{2}(1-i)$ ،

أ- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_2}{Z_1}$ على الشكل الجبري (0.75)

ب- اكتب العدد العقدي $\frac{Z_2}{Z_1}$ على الشكل المثلثي (0.75)

ج- استنتج قيمة كل من $\cos \frac{\pi}{12}$ و $\sin \frac{\pi}{12}$ (0.75)

تمرين 3 (3.5 نقطة)

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بـ : $\begin{cases} U_0 = 1 \\ 2U_{n+1} = 3(U_n)^2 \end{cases} ; n \geq 0$

1- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 < U_n$ (0.75)

2- نعتبر المتتالية $(V_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بـ : $V_n = \ln\left(\frac{3}{2}U_n\right)$

أ- بين أن $(V_n)_{n \geq 0}$ متتالية هندسية أساسها 2 (0.75)

ب- احسب V_n بدلالة n ثم حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ (1)

3- استنتج U_n بدلالة n ثم حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ (1)

تمرين 4 (8.5 نقط)

الجزء الأول :

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $g(x) = x^3 - x + 1 - 2\ln x$

1- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ (0.5)

2- بين أن : $(\forall x \in]0, +\infty[): g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2 + 3x + 2)}{x}$ (0.75)

3- اعط جدول تغيرات الدالة g (0.5)

4- استنتج أن : $(\forall x \in]0, +\infty[): g(x) \geq 1$ (0.5)

الجزء الثاني :

نعتبر الدالة h المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $h(x) = x + \ln x$

1- اعط جدول تغيرات الدالة h (0.5)

2- أ- بين أن المعادلة $h(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[\frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right]$ (0.75)

ب- بين أن : $\alpha e^\alpha = 1$ (0.5)

3- اعط جدول إشارة $h(x)$ على المجال $]0, +\infty[$ (0.25)

الجزء الثالث :

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بـ : $f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2}$

و نرمز بـ (C_f) لمنحنها في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1- أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم اعط تأويلا هندسيا (0.5)

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (0.25)

2- أ- بين أن : $(\forall x \in]0, +\infty[): f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ (0.75)

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f (0.5)

3- أ- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$ (0.5)

ب- احسب $f(x) - x$ بدلالة $h(x)$ (0.25)

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) (0.5)

4- ارسم المنحنى (C_f) (الوحدة 1cm) (1)