الدوال العددية ذ الرقبة

الفروع اللانهائية

1 : تعريف :

لتكن f دالة عددية و (ℓ_f) منحناها في معلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

نقول إن (ℓ_f) يقبل فرعا لا نهائيا في الحالتين التاليتين :

- $f(x)$ تؤول إلى نهاية منتهية عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو $-\infty$.
- $f(x)$ تؤول إلى نهاية غير منتهية عندما يؤول x إلى x_0 أو إلى x_0 على اليمين أو إلى x_0 إلى اليسار أو إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$.

2 : المقارب الموازي لمحور الأفاصيل :

المستقيم ذو المعادلة $y=b$ مقارب لمنحنى f إذا وفقط إذا كان لدينا :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-b\right)=0 \quad \text{أو} \quad \lim_{x\to-\infty}\left(f(x)-b\right)=0$$

أي

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=b \quad \text{أو} \quad \lim_{x\to-\infty}f(x)=b$$

3 : المقارب المائل :

تعريـف :

إذا كان لدينا $f(x)=ax+b+\varphi(x)$ و $\lim_{|x|\to+\infty}\varphi(x=0)$ و $a\neq 0$ فإن المستقيم (D) الذي معادلته $y=ax+b$ يسمى مستقيما مقاربا مائلا للمنحنى (ℓ) للدالة f.

مبرهنة :

المستقيم ذو المعادلة $y=ax+b$ مقارب لمنحنى دالة f إذا وفقط إذا تحققت إحدى العبارتين التاليتين :

* $f(x)-(ax+b)$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$ (أو إلى $-\infty$).
* $\dfrac{f(x)}{x}$ تؤول إلى a عندما يؤول x إلى $+\infty$ (أو إلى $-\infty$) و $f(x)-ax$ تؤول إلى b عندما يؤول x إلى $+\infty$ أو إلى $-\infty$).

(Δ) مستقيم مقارب لمنحنى f بجوار $+\infty$.

(Δ') مستقيم مقارب لمنحنى f بجوار $-\infty$.

4 : المقارب الموازي لمحور الأراتيب

تعريـف :

المستقيم ذو المعادلة $x=x_0$ مقارب لمنحنى f إذا وفقط إذا كانت $f(x)$ تؤول إلى $+\infty$ (أو $-\infty$) عندما يؤول x إلى x_0 على اليمين (أو على اليسار).

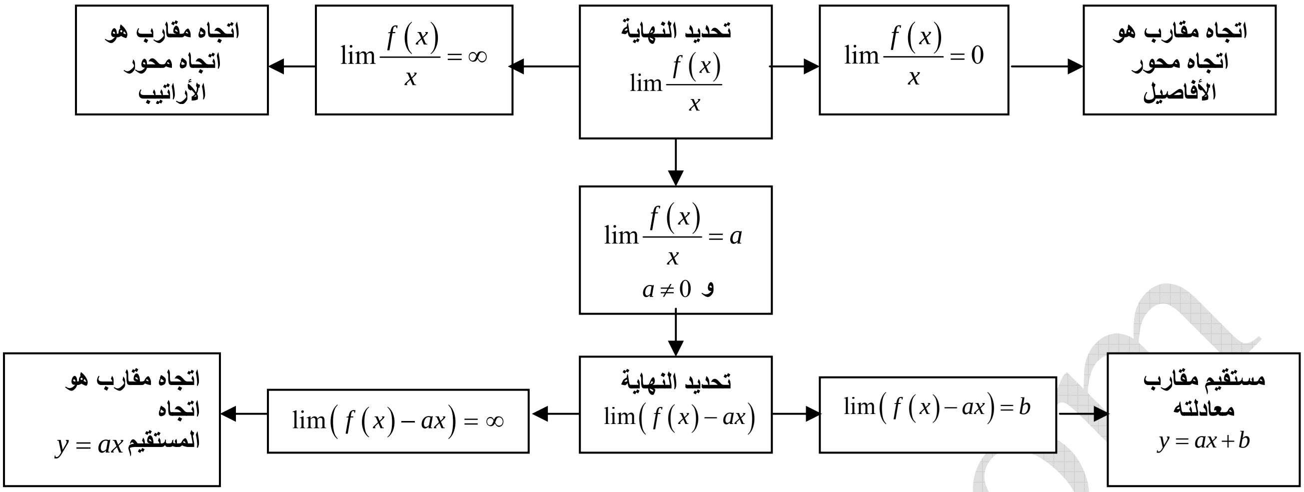
5 : الاتجاه المقارب

لتكن f دالة عددية حيث $f(x)$ تؤول إلى $+\infty$ (أو إلى $-\infty$) عندما يؤول x إلى $+\infty$ (أو $-\infty$).

* إذا كانت $\dfrac{f(x)}{x}$ تؤول إلى $+\infty$ (أو $-\infty$) عندما يؤول x إلى $+\infty$ (أو $-\infty$) فإننا نقول إن منحنى f يقبل اتجاها مقاربا هو اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$ (أو $-\infty$).
* إذا كانت $\dfrac{f(x)}{x}$ تؤول إلى 0 عندما يؤول x إلى $+\infty$ (أو $-\infty$) فإننا نقول إن منحنى f يقبل اتجاها مقاربا هو اتجاه محور الأفاصيل بجوار $+\infty$ (أو $-\infty$).
* إذا كانت $\dfrac{f(x)}{x}$ تؤول إلى $a\neq 0$ و $f(x)-ax$ تؤول إلى $+\infty$ (أو $-\infty$) عندما يؤول x إلى $+\infty$ (أو $-\infty$) فإننا نقول إن منحنى f يقبل اتجاها مقاربا هو اتجاه المستقيم ذي المعادلة $y=ax$ بجوار $+\infty$ (أو $-\infty$).

6 : دراسة فرع لانهائي

* لدراسة فرع لانهائي يمكن اتباع خطوات الرسم التالي :



إذا كان بالامكان كتابة $f(x)$ على شكل $f(x) = ax + \varphi(x)$ حيث φ دالة عددية تحقق $\lim\limits_{|x| \to \infty} \varphi(x) = b$ فإنه يمكن تحديد معادلة المستقيم المقارب كما يلي :

نكتب $f(x)$ على الشكل التالي :

$$f(x) = ax + b + (\varphi(x) - b)$$

ومنه فإن $y = ax + b$ هي معادلة لمقارب منحنى f .

لأن $\lim\limits_{|x| \to +\infty} (\varphi(x) - b) = 0$

تصميم دراسة دالة

لدراسة وتصميم دالةعددية f نتبع الخطوات التالية :

(1) أ- تحديد مجموعة تعريف f ثم تحديد مجموعة الدراسة.

ب- دراسة منحى تغيرات الدالة f على كل مجال من مجالات مجموعة التعريف باستعمال الدالة المشتقة (إذا كان ذلك ضروريا وإذا كانت f قابلة للاشتقاق).

جـ- الدراسة عند محدات مجموعة التعريف.

د- تلخيص النتائج في جدول للتغيرات.

(2) وإذا أردنا أن نرسم منحنى f فإننا نضيف ما يلي :

أ- دراسة الفروع اللانهائية.

ب- دراسة التقعر (إذا كان ذلك ضروريا).

ج- رسم المنحنى مع ذكر بعض خاصياته الهندسية (التماثلات المماسات أو أنصاف المماسات في نقط خاصة ...)