

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

تمرين 1 (3نقط)

1- حل في  $\mathbb{C}$  المعادلة  $(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0)$ .  $z_1$  و  $z_2$  هما حلي المعادلة علما أن  $Im(z_1) > 0$

0.5

ب- أكتب حلي المعادلة على الشكل المثلي

0.5

ج- استنتج الشكل المثلي للعدد العقدي  $\left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2$

0.25

2- في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط  $M_1$  و  $M_2$  و  $A$

التي ألقاها على التوالي هي  $z_A = \frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $z_{M_1} = \sqrt{2}(1+i)$  و  $z_{M_2} = \sqrt{2}(1-i)$

0.25

أ- حدد  $z_3$  لحق النقطة  $M_3$  صورة النقطة  $M_2$  بالتحاكى  $h$  الذي مركزه  $A$  ونسبته 3

0.25

ب- حدد  $z_4$  لحق النقطة  $M_4$  صورة النقطة  $M_2$  بالدوران الذي مركزه  $O$  وزاويته  $-\frac{\pi}{2}$

0.25

ج- أنشئ النقط  $M_1$  و  $M_2$  و  $M_3$  و  $M_4$  و  $A$

0.5

3- أ- أحسب  $\frac{z_3 - z_1}{z_4 - z_1}$  واستنتج طبيعة المثلث  $M_1M_3M_4$

0.5

ب- لتكن النقطة  $I$  منتصف القطعة  $[M_3M_4]$  و  $M_5$  مائلة  $M_1$  بالنسبة إلى  $I$

بين أن الرباعي  $M_1M_3M_5M_4$  مربع

تمرين 2 (3نقط)

صندوق  $U$  يحتوي على 3 كرات بيضاء وكرتين لونهما أسود

(1) - نسحب بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق  $U$

01

أ- أحسب احتمال الحدثين التاليين  $A$  (الكرة الأولى بيضاء) و  $B$  (الكرة الثانية بيضاء)

0.5

ب- هل الحدثين  $A$  و  $B$  مستقلين

(2) - نسحب بالتتابع وبدون إحلال الكرات الخمسة من الصندوق

وليكن  $X$  المتغير العشوائي المرتبط بعدد الكرات البيضاء الموجودة بين الكرتين السوداءين في كل سحبة

0.25

أ- حدد مجموعة قيم  $X$

01

ب- حدد قانون احتمال  $X$

0.25

ج- أحسب  $E(X)$

تمرين 3- (3نقط)

الفضاء  $\mathcal{E}$  منسوب إلى إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ . نعتبر النقط :  $A(1, -2, -1)$  و  $B(0, 1, 0)$  و  $C(0, -1, -2)$

01

(1) أحسب  $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$  واستنتج أن النقط  $A$  و  $B$  و  $C$  غير مستقيمة.

0.5

(2) أوجد معادلة ديكارتية للمستوى  $(P) = (ABC)$ .

(3) لتكن  $(S)$  الفلكة التي مركزها  $\Omega(1, 1, 1)$  وشعاعها  $r = 1$

0.5

أ- بين أن  $(S)$  و  $(P)$  متقاطعان.

01

ب- أوجد معادلة ديكارتية لكل مستوى من المستويين  $(Q)$  و  $(Q')$  الموازيين للمستوى  $(P)$  والمماسين للفلكة  $(S)$ .

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

مسألة (11 نقطة)

$$\begin{cases} f(x) = x - 1 + e^{x-1}, x \leq 1 \\ f(x) = x + \ln\left(\frac{1+x}{2x}\right), x > 1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

وليكن  $(C)$  المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.

1) تحقق أن مجموعة تعريف الدالة  $f$  هي  $D_f = \mathbb{R}$  0.5

2) أ. بين أن  $f$  متصلة في  $x_0 = 1$  0.5

ب. بين أن  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{f(x) - 1}{x - 1} \right) = 2$  وأن  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{f(x) - 1}{x - 1} \right) = \frac{1}{2}$  ثم أول النتيجة هندسيا 01

3) أ. بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  وأن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  0.5

ب. بين أن المستقيم ذو المعادلة  $(y = x - 1)$  :  $D_1$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  0.5

ج. بين أن المستقيم ذو المعادلة  $(y = x - \ln 2)$  :  $D_2$  مقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $+\infty$  0.5

د. أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $D_1$  على المجال  $]-\infty, 1[$  0.5

و الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $D_2$  على المجال  $]1, +\infty[$

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x^2 + x}, & x > 1 \\ f'(x) = 1 + e^{x-1}, & x < 1 \end{cases}$$

4) أ. بين أن 01

ب. استنتج أن الدالة  $f$  تزايدية قطعا على  $\mathbb{R}$  ثم اعط جدول تغيرات الدالة  $f$  01

5) أنشئ المنحنى  $(C)$  و المقاربان  $D_1$  و  $D_2$  01

6) بين أن  $\forall x \in [1, +\infty[ : f(x) \leq x$  0.5

7) أ. بين أن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$  محددًا مجموعة تعريفها 0.5

ب. أنشئ المنحنى  $(C')$  الممثل للدالة  $f^{-1}$  في نفس المعلم 0.5

8) أ. أحسب مساحة الحيز  $(\Delta)$  المحصور بين  $(C)$  والمستقيمتين  $(y = x)$  و  $(x = 1)$  و  $(x = 3)$  0.5

ب. باستعمال علاقة شال استنتج مساحة الحيز  $(\Delta')$  المحصور بين  $(C)$  والمستقيمتين  $(y = x)$  و  $(x = 3)$  و  $(x = -1)$  0.5

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

9. نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي :

أ. بين بالترجع أن  $1 < u_n$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ . 0.5

ب. بين أن  $(u_n)$  متتالية تناقصية (يمكنك استعمال السؤال 6) 0.5

ج. استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم أحسب نهايتها 0.5