تمرين1 نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة ب $U_0=4$ ولكل n من $\mathbb{N}$ $U_{n+1}=\frac{1}{2}(U_n+3)$

ولتكن (v_n) المتتالية المعرفة ب $\forall n\in\mathbb{N};V_n=U_n-3$

1) بين أن (v_n) متتالية هندسية محددا أساسها وحدها الأول

2) اكتب V_n و U_n بدلالة n ثم بين أن (U_n) تناقصية ب 3

3) أ- بين أن : $S_n=U_0+U_1+....U_n=3n+5-\frac{1}{2^n}$

تمرين2 لتكن (U_n) المتتالية العددية المعرفة ب :
$$\begin{cases}\ddot{U}_0=0\\ \forall n\in\mathbb{N};U_{n+1}=2U_n+3^n\end{cases}$$

1) بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $0\le U_n$ ثم ادرس رتابة (U_n)

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $V_n=3^n-U_n$

أ- بين أن (v_n) هندسية أساسها 2

ب- احسب V_n ثم U_n بدلالة n

ج- احسب بدلالة n المجموع : $S_n=U_0+U_1+.....+U_n$

تمرين -3-

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة ب :
$$\begin{cases}u_0=2\\ \forall n\in\mathbb{N},u_{n+1}=\frac{5u_n-1}{u_n+3}\end{cases}$$

a) بين أن : $u_n\neq 1$; $S=\forall n\in\mathbb{N}$

b) لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $v_n=\frac{1}{u_n-1}$ بين أن (v_n) متتالية حسابية وحدد أساسها وحدها الأول

c) أحسب (u_n) بدلالة (v_n) ثم (u_n) بدلالة n.

تمرين -4-

a) حدد قيمة العددين :

S= 6+10+14+…….+1002

T=3+7+11+……+999.

b) أحسب $T_n=1+6+11+....+(5n+1)$ بدلالة n

ثم استنتج : X= 1+6+11+…..+2006

c) إذا كانت $(u_n)_{n\ge1}$ حسابية أساسها $r=-2$ و مجموع حدودها السبعة عشر الأولى هو $S_{17}=1513$

فأحسب u_{17} و u_1

www.0et1.com

تمرين -5-

لتكن (u_n) المتتالية العددية حيث : $u_0 = 2$ و $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^{\,2} + 9}$

1. بين أنه : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n \succ \sqrt{3}$
2. بين أن (u_n) متتالية تناقصية قطعا.
3. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_n^{\,2} - 3$

a) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

b) احسب v_n ثم u_n بدلالة n.

تمرين -6-

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(u_n)_{n\geq 1}$ و $(v_n)_{n\geq 1}$ المعرفتين بما يلي : $u_1 = v_1 = 1$ و $3u_n - v_{n-1} = \frac{2-n}{n-1}$ و

$\forall n \in \left(\mathbb{N}^* - \{1\}\right)$ $u_n - v_n = -1 + \frac{1}{n}$

1) أ- احسب u_2 و v_2.

ب- بين أن $(u_n)_{n\geq 1}$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{3}$.

ج- احسب u_n ثم v_n بدلالة لكل n من $\mathbb{N}^*$.

2) أ- باستعمال النتيجة : $3^{n-1} \geq n$ ، لكل n من $\mathbb{N}^*$ ، تحقق من أن : $u_n \leq \frac{1}{n}$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

ب- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $1 - \frac{1}{n} \leq v_n \leq 1$

تمرين -7-

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_1 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}; u_{n+2} = \frac{1}{7}(8u_{n+1} - u_n) \end{cases}$$

ولتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_n = u_{n+1} - u_n$

1) a- احسب u_2 و v_0.

b- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{7}$.

2) a- احسب، بدلالة n ، المجموع $v_0 + v_1 + \ldots + v_{n-1}$

b- استنتج أنه : $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n = \frac{7}{6} - \frac{1}{6} \times \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$ ،

www.0et1.com

تمرين -8-

لتكن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $u_0=\frac{1}{2}$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\frac{9u_n+9}{2u_n+6}$

نقبل أن : $(\forall n\in\mathbb{N}: u_n\neq 3)$ ونعتبر المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\frac{2u_n+3}{2u_n-6}$

1- بين ان المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها العدد 4.

2- أ- حدد v_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- بين أن n من $\mathbb{N}$: $u_n=\frac{6\times 4^{n+1}-15}{2\times 4^{n+1}+10}$

تمرين -9-

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0=\frac{10}{3} \\ \forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\frac{1}{u_n}\left({u_n}^2-3u_n+9\right) \end{cases}$$

1) برهن أن : $\forall n\in\mathbb{N}$ ، $u_n\succ 3$

2) a- بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

b- استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}$ ، $3\prec u_n\prec\frac{10}{3}$

3) a- بين أن $\forall n\in\mathbb{N}$ ، $u_{n+1}-3\leq\frac{1}{3}(u_n-3)$

b- استنتج أن $\forall n\in\mathbb{N}$ ، $0\leq u_n-3\leq\left(\frac{1}{3}\right)^{n+1}$

تمرين -10-

لتكن $(u_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=0$ و $u_{n+1}=\frac{1+3u_n}{3+u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

1- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$ لدينا : $0\leq u_n\leq 1$.

2- أ- بين أن المتتالية $(u_n)_n$ تزايدية.

تمرين -11-

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$; $u_{n+1}=\frac{1}{2}(1+u_n)^2$; لكل n من $\mathbb{N}$.

1- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا.

2- أ- بين أن : لكل n من $\mathbb{N}$; $u_{n+1}-u_n\geq\frac{5}{2}$

ب- استنتج أن : لكل n من $\mathbb{N}$; $u_n\geq 2+\frac{5n}{2}$

تمرين -12-

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0=6$ و $u_{n+1}=\frac{6u_n+4}{u_n+6}$; $\forall n\in\mathbb{N}$

1- بين أنه : $\forall n\in\mathbb{N}$ $u_n\geq 2$

2- أدرس رتابة المتتالية (u_n).

www.0et1.com

3- نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 2}$

a- بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$

b- احسب v_n و u_n بدلالة n.

تمرين 13-

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة ب : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{4 - u_n^2}{3 - u_n^2}} \end{cases}$

1- a) بين أنه لكل n من $\mathbb{N}$: $0 \le u_n \le \sqrt{2}$

b) بين أن (u_n) تزايدية

2- نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{2}{2 - u_n^2}$

a) بين أن (v_n) متتالية حسابية محددا أساسها وحدها الأول

b) أحسب v_n و u_n بدلالة n

تمرين 14-

(u_n) متتالية معرفة : $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{-1 + 2u_n}{u_n}$ و $u_0 = 2$

نضع $v_n = \dfrac{1}{-1 + u_n}$

1- بين أن (v_n) متتالية حسابية

2- عبر عن v_n و u_n بدلالة n

www.0et1.com